

УДК 533

## ДЕФОРМАЦИЯ УДАРНОЙ ВОЛНЫ В СФЕРОИДАЛЬНОМ КАВИТАЦИОННОМ ПУЗЫРЬКЕ

*А.А. Аганин, Т.Ф. Халитова*

### Аннотация

Рассматривается деформация радиально сходящейся ударной волны, возникающей внутри сфероидального кавитационного пузырька при его сильном сжатии в неограниченном объеме жидкости. Начальное отклонение формы пузырька от сферической варьируется в широком диапазоне малых значений. Применяется модель, в которой движение жидкости и пара описывается уравнениями газовой динамики, учитываются испарение-конденсация, теплопроводность жидкости и пара, используются широкодиапазонные уравнения состояния. Показано, что в рассмотренных случаях изначально вытянутого и сплюснутого пузырьков смыкание ударной волны начинается, как и в случае сферической ударной волны в идеально сферическом пузырьке, в самом центре пузырька. При этом, если в сферическом пузырьке полость перед фронтом ударной волны в момент столкновения исчезает, то в изначально вытянутом пузырьке она становится гантелеподобной, а в изначально приплюснутом – дискообразной.

**Ключевые слова:** Сильное сжатие пузырька, радиально сходящаяся ударная волна, несферичность пузырька

### 1. Введение

При сильном сжатии газовых пузырьков в жидкости в полости пузырьков можно достичь очень высоких давлений, плотностей и температур [1]. Можно выделить два режима сильного сжатия среды в пузырьке: безударный и ударно-волновой. Во втором режиме в финальной высокоскоростной стадии сжатия в полости пузырька возникает радиально сходящаяся ударная волна. В результате ее схождения и фокусировки значительно более сильному сжатию подвергается среда в центральной области пузырька. При этом достигаемые в пузырьке экстремальные давления, плотности и температуры оказываются намного выше, чем в безударном режиме, когда ударная волна в пузырьке не возникает. В ударно-волновом режиме величина достигаемых в пузырьке экстремальных давлений, плотностей и температур зависит от формы ударной волны. В настоящей работе рассматривается деформация радиально сходящейся ударной волны, возникающей внутри сфероидального кавитационного пузырька при его сжатии в неограниченном объеме жидкости. Начальное отклонение формы пузырька от сферической варьируется в широком диапазоне малых значений, при которых форма пузырька в конце сжатия остается сфероидальной или близкой к ней, несмотря на сильный рост несферичности пузырька в ходе сжатия. Коллапс пузырька рассчитывается с применением двумерного обобщения модели [1]. В этой модели движение жидкости и пара описывается уравнениями газовой динамики. Учитываются испарение-конденсация, теплопроводность жидкости и пара, используются широкодиапазонные уравнения состояния. Решение находится численно с применением методики расчета [2], основанной на не увеличивающей полную вариацию (TVD-Total Variation Diminishing) модификации схемы С.К. Годунова второго порядка точности по пространству и

времени. В этой методике уравнения газовой динамики записываются в подвижной системе координат, связанной с поверхностью пузырька.

## 2. Постановка задачи

Рассматривается деформация радиально сходящейся ударной волны, возникающей внутри осесимметричного кавитационного пузырька при его сильном сжатии в неограниченном объеме жидкости. Поверхность пузырька в ходе сжатия описывается в сферической системе отсчета  $r$ ,  $\theta$ ,  $\varphi$  с началом в центре пузырька следующим выражением

$$r = R(t) \left[ 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \epsilon_n(t) P_n(\cos \theta) \right]. \quad (1)$$

Здесь  $t$  – время,  $R$  – радиус пузырька,  $\epsilon_n$  – безразмерная амплитуда (со знаком) отклонения формы пузырька от сферической в виде  $P_n(\cos \theta)$  – полинома Лежандра степени  $n$ . В начале сжатия пузырек сфероидальный, мало отличающийся от сферического, поэтому его форму можно описать выражением  $r = R_0 (1 + \epsilon_{2,0} P_2(\cos \theta))$  (при  $\epsilon_{2,0} > 0$  сфероид вытянутый, при  $\epsilon_{2,0} < 0$  – сплюснутый). Среди возможных возмущений в виде  $P_n(\cos \theta)$  начальное возмущение выбрано в виде  $P_2(\cos \theta)$ , поскольку оно легко реализуется (например, такое возмущение возникает при поступательном движении пузырька).

В начале сжатия радиус пузырька  $R_0 = 0.5$  мм. Давление жидкости  $p_{\infty} = 15$  бар, температура  $T_{\infty} = 0^\circ \text{C}$ . Давление в пузырьке в начале сжатия равно давлению насыщенных паров  $p_S$  ацетона при температуре  $T = T_{\infty}$ . В качестве жидкости принят ацетон. В ходе сжатия радиус  $R$  уменьшается в 22 раза. Максимальная скорость уменьшения радиуса составляет 1 км/с. В финальной высокоскоростной стадии сжатия в полости пузырька в окрестности его поверхности формируется радиально сходящаяся ударная волна. В силу малых размеров пузырька ударная волна вскоре после своего образования фокусируется в центральной области пузырька. В процессе сжатия несферичность пузырька увеличивается. Ударная волна возникает в пузырьке около его поверхности, поэтому в момент зарождения она также несферическая, по форме близкая к пузырьку. В ходе радиального схождения несферичность ударной волны сильно возрастает. Целью настоящей работы является изучение особенностей деформаций ударной волны в процессе ее радиального схождения в промежутке между ее образованием и началом смыкания (началом столкновения разных точек фронта ударной волны между собой).

Начальная несферичность пузырька варьируется в диапазоне  $0.0003 \leq |\epsilon_{2,0}| \leq 0.01$ . Предполагается, что происходящие при сжатии физические процессы в пузырьке и окружающей жидкости адекватно описываются обобщением одномерной модели [1] на двумерный осесимметричный случай. Уравнения динамики пара и жидкости при таком обобщении можно записать в виде:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad \rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} + \nabla p = 0, \quad \rho \frac{dE}{dt} + \nabla \cdot (p\mathbf{u} - \kappa \nabla T) = 0, \quad (2)$$

где  $\rho$  – плотность,  $\mathbf{u}$  – скорость,  $p$  – давление,  $E = \varepsilon + \mathbf{u}^2/2$  – удельная полная энергия,  $\varepsilon$  – удельная внутренняя энергия,  $T$  – температура,  $\kappa$  – коэффициент теплопроводности. Система (1) замыкается широкодиапазонными уравнениями состояния жидкости и пара вида  $p = p(\rho, T)$ ,  $\varepsilon = \varepsilon(\rho, T)$  в форме Ми-Грюнаизена [3]. В силу громоздкости они здесь не приводятся.

Граничные условия на поверхности пузырька при  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_b$  имеют вид:

$$\rho^+ (\mathbf{D} - \mathbf{u}^+) \cdot \mathbf{n} = \rho^- (\mathbf{D} - \mathbf{u}^-) \cdot \mathbf{n} = j, \quad p^+ = p^-, \quad (3)$$

$$(\kappa \nabla T \cdot \mathbf{n})^+ - (\kappa \nabla T \cdot \mathbf{n})^- = j l, \quad T^+ = T^-, \quad (4)$$

где  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор точки пространства,  $\mathbf{D} = \partial \mathbf{r}_b / \partial t = D \mathbf{n}$  — скорость элемента поверхности пузырька,  $\mathbf{n}$  — внешняя единичная нормаль,  $l$  — теплота парообразования,  $j$  — интенсивность фазовых превращений (испарения или конденсации), отнесенная к единице времени и единице поверхности. Верхний знак плюс указывает на отношение к стороне жидкости, а минус — к стороне газа. Интенсивность фазовых преобразований  $j$  определяется по формулам:

$$j = \frac{\alpha_{ac}}{\sqrt{2\pi R_g T^-}} (p_S(T^-) - \chi p^-),$$

$$\chi = \exp(-\Omega^2) - \Omega \sqrt{\pi} \left( 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\Omega \exp(-x^2) dx \right), \quad \Omega = \frac{j \sqrt{R_g T^-}}{\sqrt{2} p^-}. \quad (5)$$

Здесь  $\alpha_{ac}$  — коэффициент аккомодации,  $R_g$  — газовая постоянная для пара,  $p_S(T)$  — давление насыщения. Зависимости  $p_S(T)$ ,  $\kappa^+(T)$ ,  $\kappa^-(T)$ ,  $l(T)$  представляют собой аппроксимации экспериментальных данных [3].

На большом удалении от пузырька при  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_\infty$  имеем

$$p = p_\infty, T = T_\infty.$$

Начальное распределение параметров в паре полагается однородным, а в жидкости определяется с учетом того, что влияние сжимаемости жидкости в начале сжатия несущественно.

### 3. Основные положения методики расчета

Методика расчета основана на не увеличивающей полную вариацию (TVD - Total Variation Diminishing) модификации схемы С.К. Годунова второго порядка точности по пространству и времени [2]. Уравнения газовой динамики в методике записываются в подвижной системе координат, связанной с поверхностью пузырька. Эффективность методики достигается за счет учета особенностей сильного сжатия пузырька. В результате этого процесс сжатия разбивается на 3 фазы, на каждой из которых применяются свой способ математического описания.

Фаза 1. Эту фазу составляет продолжительная начальная низкоскоростная стадия сжатия, где отклонения формы пузырька от сферической относительно невелики, пузырек можно считать гомобарическим, а жидкость — несжимаемой. На этой стадии двумерное движение жидкости и пара фактически представляет собой суперпозицию основной сферической составляющей и его малого возмущения в виде второй сферической гармоники. С учетом этого сферическая составляющая описывается одномерным вариантом системы уравнений в частных производных (2)-(4), а несферическая составляющая — обыкновенными дифференциальными уравнениями второго порядка относительно амплитуды возмущения сферической формы пузырька. При таком подходе компьютерное время сокращается примерно также, как при переходе от двумерной постановки задачи к одномерной.

Фаза 2. В финальной высокоскоростной стадии сжатия отклонения формы пузырька от сферической сильно возрастают, распределение параметров внутри пузырька становится сильно неоднородным, могут возникать ударные волны, сжимаемость жидкости увеличивается. В результате раздельное описание сферической и несферической составляющих движения жидкости и пара становится неравномерным. Поэтому для описания последующего сжатия пузырька применяются двумерные уравнения газовой динамики (2)-(4). При этом учитывается, что в рассматриваемых задачах относительно небольшое отклонение формы ударной волны от

сферической в момент ее зарождения в последующем в ходе ее радиального сжатия сильно возрастает. С учетом этого высокоскоростная стадия сжатия пузырька разделена на две части. В первой более продолжительной части высокоскоростной стадии сжатия пузырька до тех пор, пока несферичность сходящейся ударной волны не превысит некоторое пороговое значение, в качестве неподвижной системы отсчета (системы отсчета наблюдателя) принимаются сферические координаты. Эта часть высокоскоростной стадии сжатия пузырька и составляет 2-ю фазу сжатия. В этой фазе используются криволинейные расчетные сетки, одно семейство сеточных линий которых определяется формой пузырька, а второе представляет собой лучи, выходящие из расположенного в центре пузырька начала координат (криволинейные радиально-расходящиеся сетки). В случае малой несферичности пузырька и ударной волны такие сетки являются весьма близкими к оптимальным.

Фаза 3. Эту фазу составляет вторая, короткая по времени, заключительная часть финальной высокоскоростной стадии сжатия пузырька, где ударная волна является сильно несферической. Здесь в качестве неподвижной системы отсчета (системы отсчета наблюдателя) используются не сферические, а цилиндрические координаты. Кроме того, в центральной области пузырька вместо криволинейной радиально расходящейся сетки применяется прямолинейная косоугольная сетка, близкая к декартовой. Пересчет параметров ячеек при переходе с сетки на сетку проводится на основе законов сохранения массы, импульса и полной энергии.

#### 4. Особенности расчета заключительной части финальной высокоскоростной стадии сжатия пузырька

На рис.1 приведено изменение радиуса пузырька в рассматриваемых условиях в том случае, когда пузырек в начале сжатия является чисто сферическим ( $\epsilon_{2,0} = 0$ ). Естественно, что в рамках постановки (2)-(4) пузырек в этом случае остается сферическим и в ходе всего последующего сжатия.

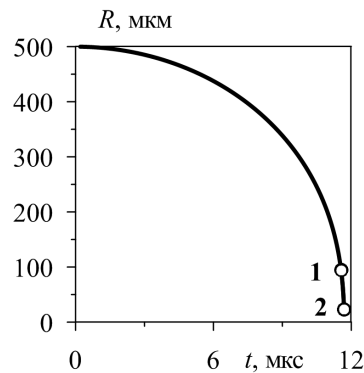


Рис. 1. Изменение радиуса сферического пузырька при сжатии. Кругками 1, 2 отмечены границы между фазами сжатия с разными способами расчета: кружок 1 - граница между фазами 1, 2, кружок 2 - граница между фазами 2, 3.

Продолжительность фазы 1 - 11.5 мкс, фазы 2 - 0.15 мкс, фазы 3 - 0.0008 мкс.

В результате большого различия начальных давлений в жидкости ( $p_{\infty} = 15$  бар) и паре ( $p_S = 0.089$  бар) пузырек быстро и сильно сжимается. В ходе сжатия за примерно 12 мкс радиус пузырька  $R$  уменьшается примерно в 22 раза (от 500 до 23 мкм). Максимальная скорость уменьшения радиуса достигает около 1 км/с.

В финальной высокоскоростной стадии сжатия в полости пузырька в тот момент, когда его радиус  $R \approx 41$  мкм, на удалении примерно 6 мкм от межфазной по-

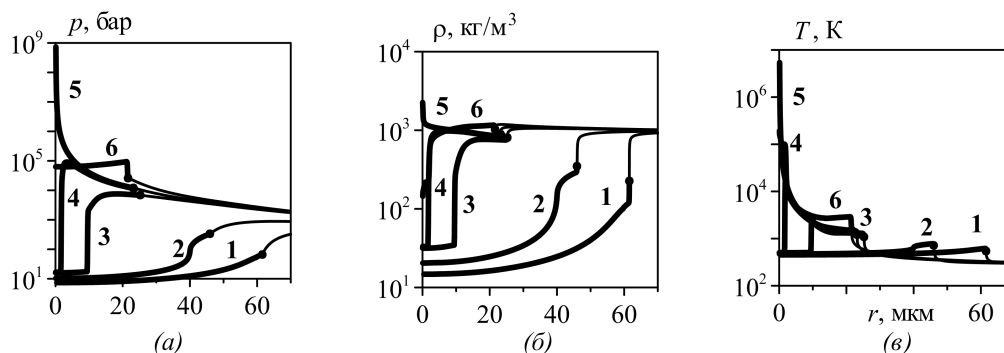


Рис. 2. Изменение радиальных профилей давления, плотности и температуры в финальной стадии сжатия пузырька. Показано 6 последовательных моментов времени, указанных цифрами 1-6.

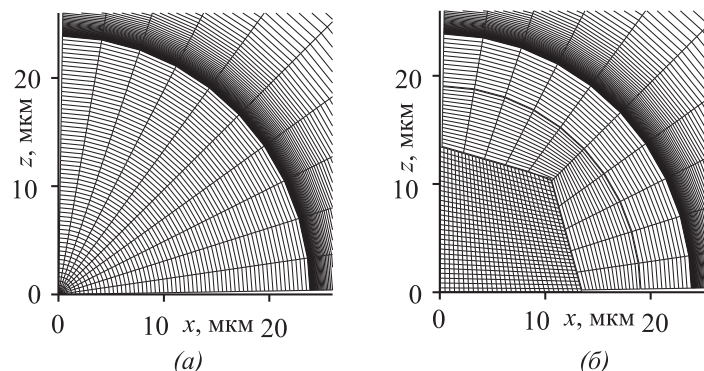


Рис. 3. Фрагменты расчетных сеток криволинейной радиально-расходящейся (а) и смешанной (б) конфигурации в момент перехода в методике расчета от фазы 2 к фазе 3. Поверхности пузырька соответствует граница между областями сетки с равномерными и неравномерными по  $r$  ячейками на левом рисунке, сетки разрежены в 5 раз в каждом направлении.

верхности возникает радиально сходящаяся ударная волна. Образование ударной волны, ее радиальное схождение, фокусировку в центре пузырька и расхождение возникающей в центре отраженной ударной волны иллюстрирует рис.2. Видно, что сходящаяся ударная волна возникает в промежутке между моментами 2 и 3. По мере схождения амплитуда этой волны быстро и сильно возрастает (моменты 3, 4). В силу малых размеров пузырька ударная волна вскоре после своего образования (примерно через 0.025 мкс) фокусируется в центральной области пузырька (момент 5). В момент 6 расходящаяся от центра ударная волна достигает поверхности пузырька и разворачивает ее движение (в этот момент сжатие пузырька сменяется его расширением).

Рис.3 иллюстрирует расчетные сетки, используемые при вычислении 2-й и 3-й фаз вычислений этой задачи. Наиболее существенное различие этих сеток состоит в том, что в центральной области пузырька в расчетной сетке фазы 3 имеется фрагмент прямолинейной сетки, близкой к декартовой. В рассматриваемых задачах такая сетка совместно с цилиндрической системой отсчета наблюдателя позволяет лучше разрешить сильно несферические ударные волны в малой окрестности центра пузырька.

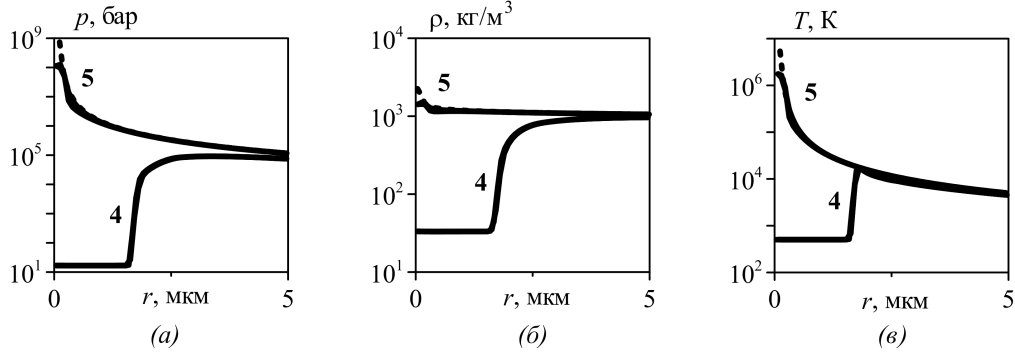


Рис. 4. Радиальные профили давления, плотности и температуры в моменты 4-5 финальной стадии сжатия пузырька, рассчитанные с использованием (сплошные линии) и без использования (штриховые линии) 3-й фазы методики. В обоих случаях кривые соответствуют всем лучам сеток (результаты в масштабе рисунка графически совпадают).

Рис.4 иллюстрирует погрешности, возникающие при использовании 3-й фазы методики для расчета чисто сферической ударной волны. Естественно, что применение 3-й фазы в этом случае приводит не к увеличению, а к уменьшению эффективности методики, поскольку наиболее оптимальным в этой задаче является применение алгоритмов фазы 2. Здесь это делается лишь для оценки погрешностей, возникающих при использовании фазы 3 с сеткой, представленной на рис.3б. Видно, что даже в этом случае, когда сетка фазы 3 является далеко не оптимальной, возникающие погрешности возникают лишь в небольшой окрестности центра пузырька и оказываются вполне приемлемыми.

### 5. Деформация ударной волны в пузырьке

В рассматриваемом диапазоне начальной несферичности пузырька  $0.0003 \leq |\epsilon_{2,0}| \leq 0.01$  изначально сплюснутый пузырек ( $\epsilon_{2,0} < 0$ ) превращается ходе сжатия сначала в сферический (ему соответствует  $\epsilon_{2,0} = 0$ ), а затем становится вытянутым ( $\epsilon_{2,0} > 0$ ). Аналогично, изначально вытянутый пузырек становится сферическим, а затем сплюснутым. На рис.5 иллюстрируется деформация поверхности пузырька и ударной волны в нем в процессе схождения этой волны в пять моментов времени 1-5 (эти моменты не совпадают с моментами 1-5 на рис.2). Момент 1 характеризуется тем, что он близок к моменту возникновения ударной волны, а момент 5 близок к началу смыкания ее фронта, т.е. к началу столкновения разных точек поверхности фронта волны между собой. Продолжительность процесса схождения составляет около 0.025 мкс. Представлены случаи, в которых начальная несферичность пузырька  $\epsilon_{2,0} = \pm 0.0003, \pm 0.0033, \pm 0.01$ . Ударная волна возникает около поверхности пузырька, поэтому в момент 1 ее форма близка к форме пузырька.

При наименьшей из представленных на рис.5 амплитуде начальной несферичности пузырька  $|\epsilon_{2,0}| = 0.0003$  его форма остается близкой к сферической вплоть до конца сжатия. До момента 3 ударная волна также близка к сферической. На участке 4-5 она сильно деформируется, превращаясь в тонкий цилиндр при  $\epsilon_{2,0} = +0.0003$  и диск при  $\epsilon_{2,0} = -0.0003$ . При этом в обоих случаях форма ударной волны на участке 4-5 остается выпуклой с монотонно меняющейся кривизной и близкой к овальной. В случае  $|\epsilon_{2,0}| = 0.0033$  пузырек в момент 1 и образующаяся

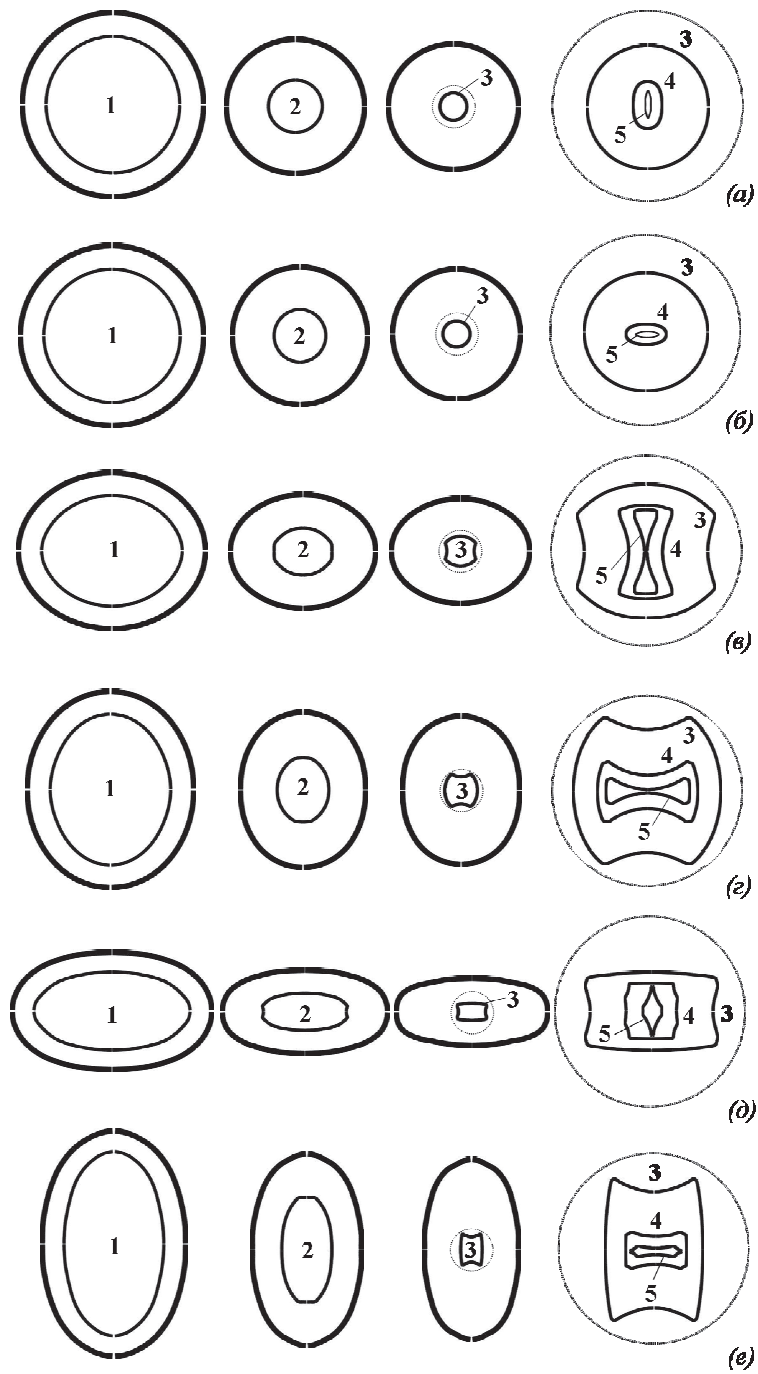


Рис. 5. Деформация поверхности пузырька в три момента времени 1-3 (внешние сплошные линии) и радиально сходящейся ударной волны в его полости в пять моментов времени 1-5 (внутренние сплошные линии) в процессе схождения этой волны.

Начальная несферичность пузырька  $\epsilon_{2,0} = +0.0003$  (a),  $\epsilon_{2,0} = -0.0003$  (б),  $\epsilon_{2,0} = +0.0033$  (в),  $\epsilon_{2,0} = -0.0033$  (г),  $\epsilon_{2,0} = +0.01$  (д),  $\epsilon_{2,0} = -0.01$  (е). Пунктирной линией выделена центральная область пузырька диаметром 14.8 мкм.

в нем в этот момент ударная волна являются еще не очень сильно несферическими. В ходе последующего радиального схождения несферичность ударной волны быстро и сильно возрастает (моменты 2-5). При этом сначала наиболее выпуклые (т.е. имеющие большую кривизну) в момент 1 части контура поверхности ударной волны в ее осевом сечении превращаются в прямолинейные (момент 2), а затем трансформируются в вогнутые (момент 3). Образование вогнутых участков (именно на поверхности ударной волны соответствуют вмятины) приводит к появлению заострений (момент 3). В дальнейшем в контуре ударной волны в ее осевом сечении на месте заострений образуются небольшие прямолинейные участки (моменты 4, 5). При наибольшей из представленных на рис.5 амплитуде начальной несферичности пузыря  $|\epsilon_{2,0}| = 0.01$  его форма в момент 1, а также форма возникающей в этот момент ударной волны, являются сильно несферическими. В ходе последующего схождения ударная волна еще больше деформируется. При этом, как и при  $|\epsilon_{2,0}| = 0.0033$ , наиболее выпуклые в момент 1 части контура поверхности ударной волны в ее осевом сечении превращаются в прямолинейные, а затем трансформируются в вогнутые (момент 2). Образование вогнутых участков приводит к появлению заострений (момент 2). В дальнейшем в контуре ударной волны в ее осевом сечении на месте заострений образуются прямолинейные участки (моменты 3, 4), которые затем трансформируются в вогнутые (момент 5).

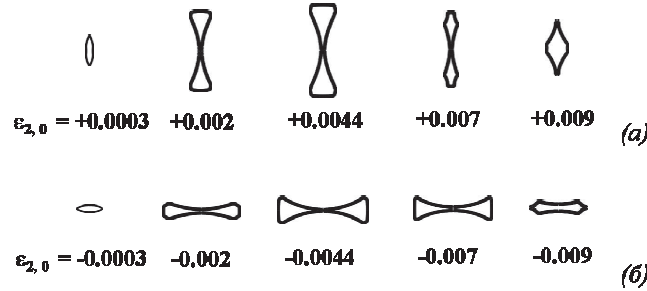


Рис. 6. Форма ударной волны в начале ее смыкания (начале столкновения между собой разных точек фронта ударной волны) в центральной области пузыря для ряда изначально вытянутых (а) и сплюснутых (б) сфероидальных пузырьков.

Рис.6 характеризует форму ударной волны в начале ее смыкания в центральной области пузыря для изначально вытянутых и сплюснутых сфероидальных пузырьков в рассматриваемом диапазоне их начальной несферичности  $0.0003 \leq |\epsilon_{2,0}| \leq 0.01$ . Видно, что по мере увеличения амплитуды начальной несферичности пузыря  $|\epsilon_{2,0}|$  линейные размеры фронта ударной волны (вдоль оси симметрии для  $\epsilon_{2,0} > 0$  и в диаметре при  $\epsilon_{2,0} < 0$ ) в начале ее смыкания сначала возрастают, а затем уменьшаются. При этом смыкание ударных волн начинается в центральной точке пузыря при  $0.001 \leq \epsilon_{2,0} \leq 0.007$  в изначально вытянутых сфероидальных пузырьках и при  $-0.008 \leq \epsilon_{2,0} \leq -0.002$  в изначально сплюснутых.

## 6. Заключение

Показано, что возникающие в сфероидальном пузырьке при его сильном сжатии ударные волны претерпевают в ходе своего радиального схождения большие деформации. В частности, изначально наиболее выпуклые части контура поверхности ударной волны в ее осевом сечении могут сначала превращаться в прямолинейные, а затем трансформироваться в вогнутые. Вместе с образованием в контуре вогнутых участков в нем возникают и заострения. В дальнейшем на месте заострений



могут образовываться прямолинейные участки, которые могут трансформироваться в вогнутые. В случаях изначально вытянутого пузырька при  $0.001 \leq \epsilon_{2,0} \leq 0.007$  и изначально сплюснутого пузырька при  $-0.008 \leq \epsilon_{2,0} \leq -0.002$  смыкание ударной волны начинается, как и при смыкании сферической ударной волны в идеально сферическом пузырьке, в самом центре пузырька. По мере увеличения амплитуды начальной несферичности пузырька  $|\epsilon_{2,0}|$  линейные размеры фронта ударной волны (вдоль оси симметрии для  $\epsilon_{2,0} > 0$  и в диаметре при  $\epsilon_{2,0} < 0$ ) в начале ее смыкания сначала возрастают, а затем уменьшаются.

### Summary

*A.A. Aganin, T.F. Khalitova.* Deformation of shock wave in a spherical cavitation bubble. Deformation of radially converging shock wave arising inside a spheroidal cavitation bubble at its strong collapse in unbounded volume of liquid is considered. The initial deflection of the bubble shape from the spherical one is varied in a wide range of small values. A model is applied in which the liquid and vapor motion is governed by fluid dynamics equations, evaporation/condensation, heat conductivity of the liquid and vapor are taken into account, wide-range equations of state are used. It has been shown that in the cases considered of the initially prolate and ablate bubbles the closing of the shock wave begins, as is in the case of the spherical shock wave in the ideally spherical bubble, in the very center of the bubble. In contrast to the case of the spherical bubble in that the cavity in front of the shock wave disappears at the moment the closing begins in the case of the initially prolate bubble it turns out to be fillet-like while in the case of the initially ablate bubble it becomes disk-like.

**Key words:** Strong compression of bubble, radially converging shock wave, bubble non-sphericity

### Литература

1. *Nigmatulin R.I., Akhatov I.Sh., Topolnikov A.S., Bolotnova R.Kh., Vakhitova N.K., Lahey R.T. (Jr), Taleyarkhan R.P.* The Theory of Supercompression of Vapor Bubbles and Nano-Scale Thermonuclear Fusion // *Phys. Fluids*. – 2005. – V. 17. – 107105.
2. *Аганин А.А., Халитова Т.Ф., Хисматуллина Н.А.* Численное моделирование радиально сходящихся ударных волн в полости пузырька // *Математическое моделирование*. – 2014. – Т. 26 – № 4. – С. 3–20.
3. *Нигматуллин Р.И., Болотнова Р.Х.* Широкодиапазонное уравнение состояния органических жидкостей на примере ацетона // *ДАН*. – 2007. – Т. 415, № 5. – С. 617–621.

---

Сведения о каждом из авторов статьи

**Аганин Александр Алексеевич** – д.ф.-м.н., профессор, заведующий лаб. ВДСС, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт механики и машиностроения Казанского научного центра Российской академии наук

**Халитова Талия Фаритовна** – к.ф.-м.н., старший научный сотрудник лаб. ВДСС, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт механики и машиностроения Казанского научного центра Российской академии наук

E-mail: *taliny@mail.ru*